Zentrale Aufnahmeprüfung 2011 für die Kurzgymnasien und die Handelsmittelschulen des Kantons Zürich

Mathematik, 3. Sekundarschule (bisheriges Lehrmittel)

Von der Kandidatin oder vom Kandidaten auszufüllen:

Name: …… Vorname: ……...

Prüfungsnummer: ……

- Du hast 90 Minuten Zeit.
- Du musst alle Aufgaben in dieses Heft lösen. Wenn du zu wenig Platz hast, kannst du die leeren Seiten benutzen. Du darfst kein zusätzliches Notizpapier verwenden.
- Du darfst die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösen.
- Deine Lösungswege müssen klar ersichtlich sein. Sämtliche Zwischenresultate oder Überlegungsfiguren gehören in dieses Heft. Gestrichenes wird nicht bewertet.
- Hebe deine Schlussresultate deutlich hervor.
- Taschenrechner, welche leistungsfähiger sind als übliche Sekundarschulrechner, dürfen nicht benutzt werden.
- **Du darfst erst umblättern und die Prüfung zu lösen beginnen, wenn die Lehrerin oder der Lehrer das Signal dazu gibt.**

Bitte nicht ausfüllen!

Aufgaben-Nummer	1a	1b	1c	2	3	4	5a	5b	6a	6b	7a	7b	8a	8b	8c	9	10a	10b	11	12	**Total**	**Note**
Maximale Punktzahl	1	1	2	2	3	3	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3	1	2	3	2	**36**	–
Erreichte Punktzahl																						

1. a) Setze im Term $\left(-a \cdot b^2\right) - 2'000'000$ für a die Zahl (-2) und für b die Zahl $1.1 \cdot 10^3$ ein und rechne den Term anschliessend aus.

b) Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) aller ungeraden natürlichen Zahlen, die kleiner als 20 und keine Primzahlen sind.

c) Bestimme den Term, mit welchem man $\sqrt{5} \cdot x \cdot \sqrt{35x^2} : \sqrt{7}$ multiplizieren muss, um $30x^2 + 2x(x-3) \cdot 5x$ zu erhalten.

2. Bestimme die Lösung folgender Gleichung bezüglich der Grundmenge $\mathbb{Q}$:

$$4x - \frac{3(2x-5)}{7} = \frac{7x - \frac{2}{7}}{4} + 5$$

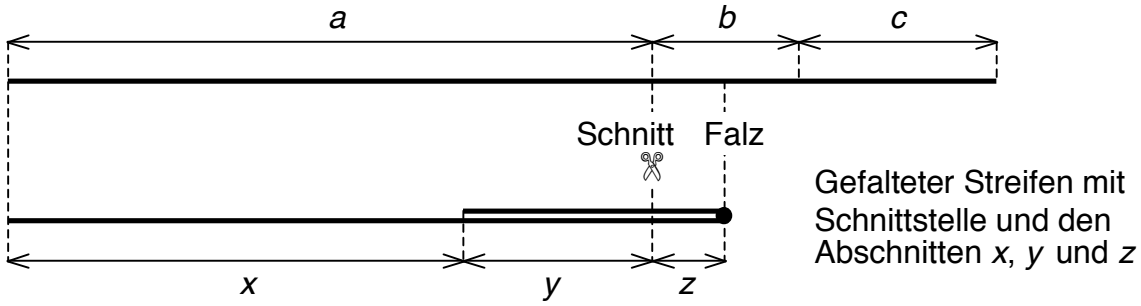
3. Eine Radfahrerin benötigt für den ersten Teil einer Strecke 15 min, wenn sie mit einer Geschwindigkeit von 24 $\frac{km}{h}$ fährt.

Berechne, wie schnell sie die zweite Teilstrecke von 10 km Länge zurücklegen muss, damit ihre Durchschnittsgeschwindigkeit für die ganze Strecke 22.5 $\frac{km}{h}$ beträgt. Gib dein Resultat in $\frac{km}{h}$ an. (Genauigkeit: 1 Dezimale)

4. Die Summe von Fr. 19 500.– ist auf zwei Bankkonten verteilt.
Wird der Betrag, welcher auf dem einen Konto liegt, um 25% vermindert, ist er um Fr. 1000.– kleiner, als wenn der Betrag auf dem anderen Konto um ein Drittel seines Betrags vergrössert wird. Benutze eine Gleichung, um den *kleineren* der beiden Beträge zu berechnen. (Lösungen ohne Gleichungen geben Null Punkte.)

5. Ein Papierstreifen wird ein Mal gefaltet, dann wird durch den gefalteten (doppelten) Streifen geschnitten. So entstehen drei Teile mit Längen a, b bzw. c Zentimeter. Weiter werden gemäss unten stehender Figur die durch Falz und Schnitt entstehenden Abschnitte mit x, y und z bezeichnet.

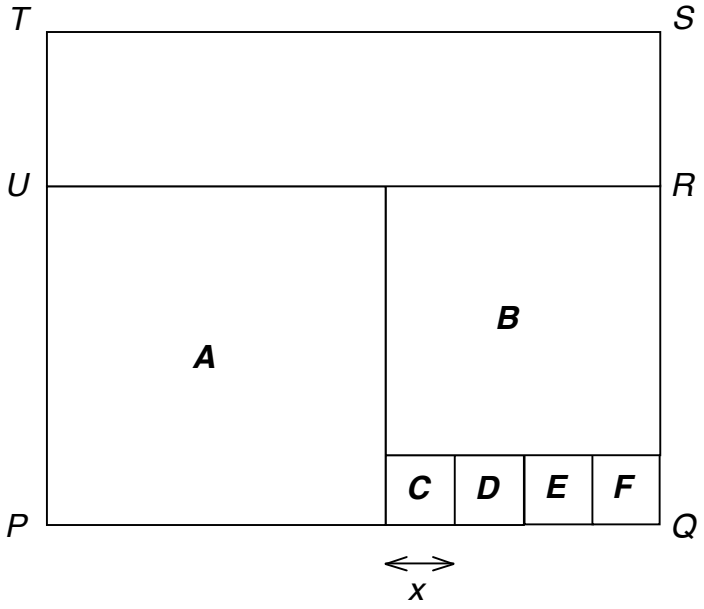
Ungefalteter Streifen mit Länge $a+b+c$



a) Aus der Figur entnimmt man, dass $y = c$ ist. Schreibe entsprechende Ausdrücke für x und z, wobei in deinem Resultat nur die Variablen a, b und c, nicht aber x, y oder z vorkommen dürfen.

b) Bestimme das Verhältnis der Längen der drei Streifenteile $a : b : c$, wenn y doppelt so lang ist wie z, und x dreimal so lang ist wie z (siehe nicht massstabgetreue Figur).

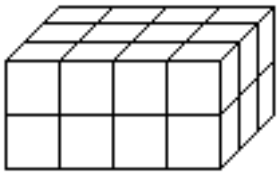
6. In folgender nicht massstabgetreuer Figur sind ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***E*** und ***F*** alles Quadrate.



a) Die Seitenlänge des Quadrats ***C*** misst x Zentimeter. Drücke den Flächeninhalt des Rechtecks $PQRU$ durch x aus.

b) Im Rechteck $URST$ gilt: $\overline{UR} : \overline{RS} = 3 : 2$.
Der Flächeninhalt des Rechtecks $PQST$ beträgt 6336 cm^2.
Bestimme die Länge der Seite des Quadrats ***C***.

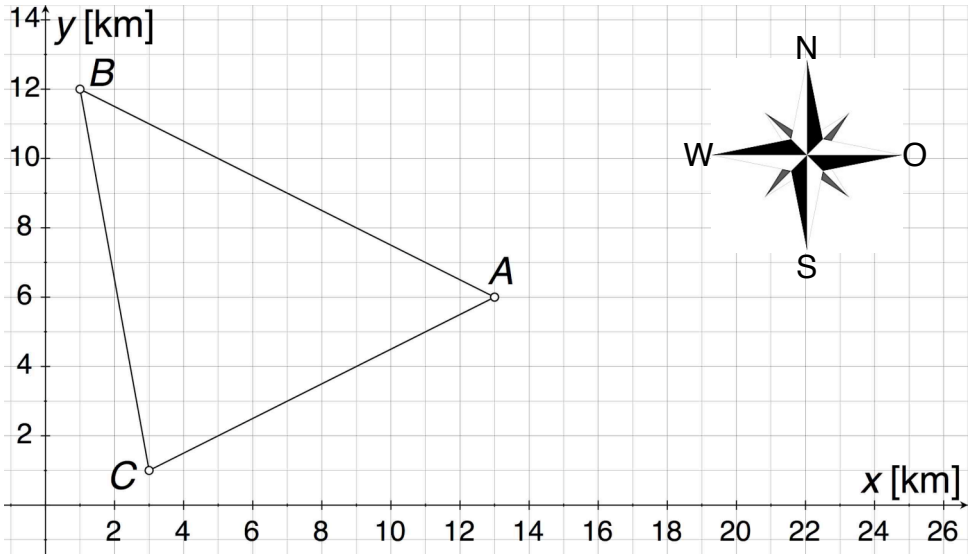
7. Ein Quader wird aus Würfeln der Kantenlänge 1 cm aufgebaut. Die Kantenlängen des Quaders (in Zentimetern) sind drei aufeinander folgende natürliche Zahlen, z.B. 2 cm, 3 cm und 4 cm. Die Anzahl benötigter Würfel ist durch 17 teilbar.



a) Bestimme, aus wie vielen Würfeln der *kleinstmögliche* Quader besteht.

b) Wir betrachten nun den *grösstmöglichen* Quader mit den beschriebenen Eigenschaften, für welchen alle Kantenlängen kleiner als 200 cm sind. Dieser Quader wird mit einem Schnitt so halbiert, dass keine Würfel entzwei geschnitten werden. Berechne den Flächeninhalt der Schnittfläche in cm^2.

8. Das unten stehende Koordinatensystem stellt eine nach Norden ausgerichtete Karte dar, d d.h. die *y*-Achse zeigt nach Norden. Im Koordinatensystem ist das Dreieck ABC gegeben (siehe Figur).



a) Du stehst im Punkt A und schaust Richtung Norden. Nun drehst du dich nach rechts (im Uhrzeigersinn), bis du in Richtung von Punkt C blickst. Bestimme (mit Hilfe einer Messung) den Winkel, um welchen du dich gedreht hast. Gib das Resultat auf *ein* Grad genau an.

b) Luca musste zuerst 200 km weit genau westlich, dann 200 km weit genau nördlich fahren, um von zu Hause aus zum Punkt A zu gelangen. Gib die Koordinaten von Lucas Zuhause an.

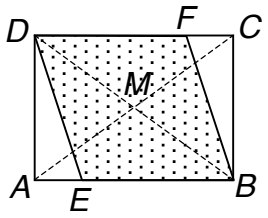
c) Der Punkt D liegt auf der Verlängerung von BA über A hinaus so, dass $\overline{AC} = \overline{AD}$ ist. Weiter beträgt im gleichschenkligen Dreieck ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ der Winkel $\gamma = \measuredangle ACB$ 73.74°. *Berechne* den Winkel $\delta = \measuredangle ADC$.
(Messungen werden nicht akzeptiert.)

9. Berechne den Umfang des Trapezes *ABCD*, in welchem *AB* parallel zu *CD* ist, mit Hilfe der gegebenen Grössen: $\alpha = 45°$, $\overline{CD} = 7$ cm, Höhe $h = 5$ cm, Flächeninhalt $A_{Trapez} = 57.5$ cm^2. (Genauigkeit 1 Dezimale)

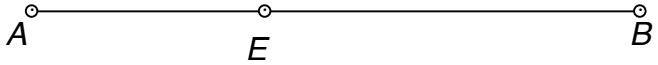
Skizze
(nicht massstabgetreu):



10. In einem Rechteck liegt ein Rhombus (siehe nicht massstabgetreue Figur).

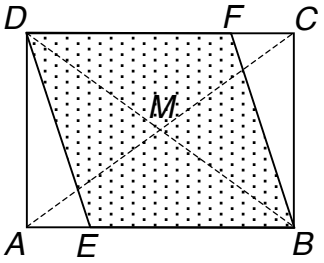


a) Konstruiere Rechteck und Rhombus aus den vorgegebenen Punkten *A*, *B* und *E* (siehe unten).

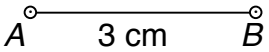


b) Rechteck und Rhombus werden nun an der Diagonalen *BD* gespiegelt. Die Gesamtfigur, d.h. Rechteck und Rhombus inkl. Spiegelungen, ist also achsensymmetrisch mit Symmetrieachse *BD*. Untersuche, ob weitere Symmetrien der Gesamtfigur vorliegen, und beschreibe vollständig und genau allfällige weitere Symmetrieeigenschaften.

Figur zum Skizzieren der Spiegelung:



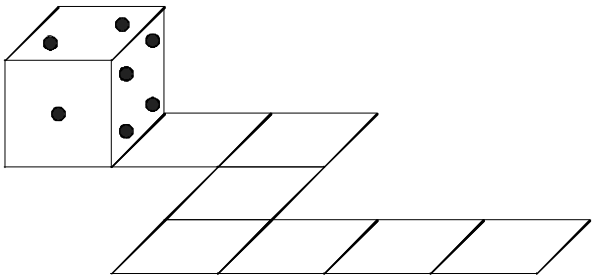
11. Von einem Viereck *ABCD* ist die Lage der Ecken *A* und *B* gegeben, wobei die Seite *AB* 3 cm misst (siehe Figur). Weiter ist bekannt, dass die Seite *BC* 7 cm, die Seite *CD* 6 cm und die Winkel $\beta = \measuredangle CBA$ und $\delta = \measuredangle ADC$ je 90° messen.
Zeichne eine Skizze, *konstruiere* das Viereck *ABCD* und schreibe dazu einen Konstruktionsbericht.



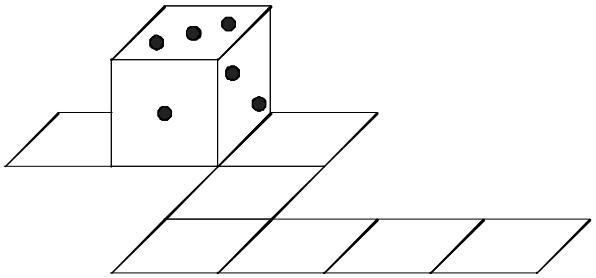
Skizze und Konstruktionsbericht:

12. Die Augensumme zweier gegenüberliegender Würfelseiten beträgt immer 7.
Der abgebildete Würfel wird entlang des eingezeichneten Weges gekippt.

Startposition:

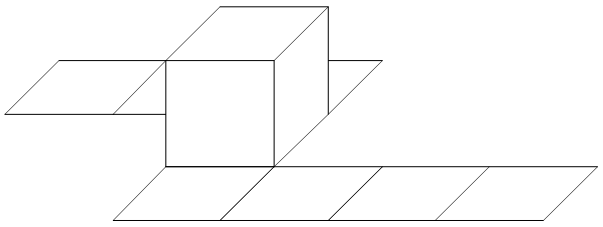


Nach der ersten Kippung:



Zeichne die fehlenden Augen in die unten stehenden Würfel ein. (Du darfst auch Zahlen statt Augen auf die Würfelflächen schreiben. Die genaue Position von Zahlen oder Augen innerhalb der Würfelfläche muss nicht beachtet werden.)

Nach zwei weiteren Kippungen:



Am Ende des Wegs:

